

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Bogdan Enescu

MATEMATICĂ

manual pentru clasa a X-a

M2

Filiera teoretică

Specializare: științe sociale

Filiera tehnologică

Profilul resurse naturale și protecția mediului

Specializări: industrie alimentară, chimie industrială, protecția mediului, agricol, agromontan, veterinar, silvic, prelucrarea lemnului

Profil servicii

Specializări: poșta, turism și alimentație publică, economic, administrativ

Filiera vocațională

Profilul artistic

Specializare: arhitectură

Profil militar (MI)

Specializare: științe sociale

EDITURA GIL

2004

Cuprins

Capitolul 1. Calcul numeric și elemente de matematici financiare	5
1. Mulțimi de numere	5
2. Forme de scriere a numerelor raționale	8
3. Radicali	11
4. Radicali de ordin superior	20
5. Puteri cu exponent rațional	24
6. Procente	28
7. Aplicații ale calculelor cu procente	32
Capitolul 2. Progresii	37
1. Șiruri de numere reale	37
2. Progresii aritmetice	39
3. Progresii geometrice	47
Capitolul 3. Funcții	55
1. Introducere	55
2. Monotonia funcțiilor numerice	59
3. Funcția putere cu exponent rațional pozitiv	65
4. Funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 1/x$	72
5. Funcția exponențială	75
6. Logaritmi	82
7. Inversa unei funcții	88
8. Funcția logaritmică	91
Capitolul 4. Grafuri și metode de numărare	95
1. Grafuri	95
2. Aplicații ale grafurilor	99

3. Probleme de numărare	109
4. Permutări și aranjamente	113
5. Combinări	116
6. Binomul lui Newton	122
Capitolul 5. Elemente de statistică și probabilități	129
1. Date statistice. Reprezentarea datelor statistice	129
2. Frecvență. Medie. Dispersie	137
3. Experiințe aleatoare. Evenimente. Operații cu evenimente	140
4. Probabilitatea unui eveniment	143
Capitolul 6. Geometrie	149
1. Drepte și plane în spațiu	149
2. Poziții relative ale dreptelor și planelor	154
3. Paralelism în spațiu	158
4. Perpendicularitate în spațiu. Distanțe	165
5. Unghiuri în spațiu	176
6. Poliedre	181
Capitolul 7. Teste	189

CAPITOLUL 1

Calcul numeric și elemente de matematici financiare

În acest capitol vom revedea câteva mulțimi de numere întâlnite în clasele precedente. Vom studia proprietățile operațiilor cu numere raționale, folosind diverse forme de scriere a acestora. Vom aminti proprietățile radicalilor de ordinul 2 și 3, definind apoi radicali de ordin superior și puterile cu exponent rațional.

În finalul capitolului, vom reaminti proprietățile calculului cu procente, cu aplicații în probleme concrete.

1. Mulțimi de numere

Ați întâlnit în clasele precedente mai multe mulțimi de numere:

- mulțimea numerelor naturale $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$;
- mulțimea numerelor întregi $\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$;
- mulțimea numerelor raționale $\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \right\}$.

Să observăm că $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$, adică orice număr natural este și întreg, iar orice număr întreg este și număr rațional.

De asemenea, ați învățat faptul că se pot efectua operații cu aceste numere: adunarea și înmulțirea. Iată câteva dintre proprietățile acestor operații:

Adunare

1. $a + b = b + a$, pentru orice $a, b \in \mathbf{Q}$ - *comutativitatea adunării*;
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$, pentru orice $a, b, c \in \mathbf{Q}$ - *asociativitatea adunării*;
3. $a + 0 = 0 + a = a$, pentru orice $a \in \mathbf{Q}$ - *numărul 0 este "element neutru" pentru adunare*;

4. Pentru orice $a \in \mathbb{Q}$ există $b \in \mathbb{Q}$ astfel încât $a + b = 0$ - orice număr rațional are un opus.

Înmulțire

1. $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice $a, b \in \mathbb{Q}$ - comutativitatea înmulțirii;
2. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{Q}$ - asociativitatea înmulțirii;
3. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice $a \in \mathbb{Q}$ - numărul 1 este "element neutru" pentru înmulțire;
4. Pentru orice $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ există $b \in \mathbb{Q}$ astfel încât $a \cdot b = 1$ - orice număr rațional nenul este un invers.

Să observăm că operațiile de scădere și împărțire reprezintă, de fapt, tot adunări și, respectiv, înmulțiri. De exemplu, $7 - 4$ reprezintă adunarea numerelor 7 și -4 .

Aceste proprietăți ale operațiilor de adunare și înmulțire au aplicații importante în calcule.

►Exercițiu rezolvat

Să se calculeze:

$$E = \frac{3}{11} - 4 + \frac{5}{3} - \frac{1}{11} + \frac{1}{3} + \frac{9}{11}.$$

Rezolvare:

Efectuarea operațiilor (de la stânga la dreapta) ar conduce la un calcul destul de lung:

$$\begin{aligned} E &= \left(\frac{3}{11} - 4 \right) + \frac{5}{3} - \frac{1}{11} + \frac{1}{3} + \frac{9}{11} = \left(-\frac{41}{11} + \frac{5}{3} \right) - \frac{1}{11} + \frac{1}{3} + \frac{9}{11} = \\ &= \left(-\frac{68}{33} - \frac{1}{11} \right) + \frac{1}{3} + \frac{9}{11} = \left(-\frac{71}{33} + \frac{1}{3} \right) + \frac{9}{11} = -\frac{20}{11} + \frac{9}{11} = -1. \end{aligned}$$

Pe de altă parte, folosind comutativitatea și asociativitatea adunării, putem ordona și grupa termenii expresiei astfel încât calculul să fie mai rapid:

$$E = \left(\frac{3}{11} - \frac{1}{11} + \frac{9}{11} \right) + \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3} \right) - 4 = 1 + 2 - 4 = -1.$$

►Exerciții propuse

A. 1. Să se calculeze:

a) $3 + \frac{5}{7} - 41 + \frac{9}{7}$; b) $-\frac{3}{5} + 4 + \frac{1}{15} - 3 - \frac{7}{15}$;
c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{6}$; d) $\frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{13}{4} + \frac{5}{3}$.

2. Să se calculeze:

a) $\left(1 + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{2} + \frac{1}{3}$; b) $\left(3 - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3} : \frac{20}{30}$;
c) $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)$; d) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)$.

3. Fie $n \in \mathbf{N}$. Arătați că

$$\frac{n(n+1)}{2} \in \mathbf{N}.$$

4. Să se rezolve ecuațiile:

a) $2x + 3 = 5$; b) $-3x + 1 = \frac{1}{2}$;
c) $\frac{x}{2} + 1 = -\frac{3x}{2}$; d) $4x + 5 = 5x + 4$;
e) $\frac{x+3}{x+1} = 2$; f) $\frac{2x - \frac{1}{2}}{3x} = \frac{5}{7}$.

B. 1. Să se calculeze:

a) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$;
b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$;
c) $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{1000}\right)$;
d) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1000}\right)$.

2. Fie $n \in \mathbf{N}$. Arătați că următoarele numere sunt, de asemenea, numere naturale:

$$a = \frac{n(n+3)}{2}; \quad b = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}; \quad c = \frac{n(n+5)(n+7)}{6}.$$

3. Fie $a \in \mathbf{Q}_+$ astfel încât a^2 e număr natural. Demonstrați că și a este număr natural.

2. Forme de scriere a numerelor raționale

După cum ați văzut, numerele raționale sunt numere de forma $\frac{a}{b}$ unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $b \neq 0$. De altfel, denumirea numerelor raționale provine din limba latină, unde "ratio" înseamnă raport.

Spunem că această formă de scriere a numerelor raționale este aceea de *fracție ordinară*.

Să considerăm numărul rațional $a = \frac{13}{4}$. Dacă efectuăm împărțirea (figura 1) obținem $a = 3,25$.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 12 \\ \hline =10 \\ 8 \\ \hline =20 \\ = \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 3,25 \end{array}$$

figura 1

În acest caz, numărul a este scris sub formă de *fracție zecimală*.

Să încercăm să obținem scrierea ca fracție zecimală a numărului

$$b = \frac{11}{3}.$$

Pentru aceasta efectuăm împărțirea (figura 2).

Observăm că acest calcul continuă "la nesfârșit". Am putea scrie $b = 3,6666\dots$ înțelegând prin punctele puse la sfârșit existența unui număr infinit de cifre 6.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 9 \\ \hline =20 \\ 18 \\ \hline =20 \\ 18 \\ \hline =20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 3,66 \end{array}$$

figura 2

Aceasta se numește *fracție zecimală periodică simplă* și se notează convențional astfel: $b = 3, (6)$.

În mod similar, $\frac{13}{11} = 1, (18)$ (adică $\frac{13}{11} = 1,181818\dots$), iar $\frac{22}{7} = 3, (142857)$ (verificați!).

În fine există și *fracții zecimale mixte* (în a căror scriere, zecimalele se repetă periodic, dar nu începând imediat de după virgulă), de exemplu: $\frac{23}{6} = 3,8(3)$ (adică $\frac{23}{6} = 3,8333\dots$) sau

$$\frac{51}{14} = 3,6(428571).$$

În concluzie, în scrierea numerelor raționale sub formă de fracții zecimale există următoarele situații:

$$\text{Fracții zecimale-} \begin{cases} \text{finite (de exemplu } 3,25) \\ \text{periodice} \begin{cases} \text{simple (de exemplu } 3,(6)) \\ \text{mixte (de exemplu } 3,8(3)). \end{cases} \end{cases}$$

În practică se utilizează în mod frecvent numere raționale scrise sub formă de fracții zecimale (gândiți-vă, de exemplu, la minicalculatoarele de buzunar).

Deoarece este dificil de efectuat operații zecimale, având o infinitate de zecimale (fracțiile periodice), se utilizează *aproximări* ale acestora cu fracții zecimale finite.

Astfel, vom spune că numărul $3,6$ reprezintă o aproximare cu o zecimală prin lipsă (sau cu o zecimală exactă) a numărului $\frac{11}{3} = 3, (6)$, iar $3,7$ o aproximare cu o zecimală prin adaus a acestuia. În mod similar, numărul $3,66$ reprezintă o aproximare cu 2 zecimale prin lipsă (sau cu 2 zecimale exacte) a numărului $\frac{11}{3}$, în timp ce numărul $3,67$ reprezintă o aproximare cu 2 zecimale prin adaus a acestuia. Desigur,

$$3,6 < 3,66 < \frac{11}{3} < 3,67 < 3,7.$$

În general, o aproximare cu k zecimale prin lipsă (sau cu k zecimale exacte) a unui număr rațional r este numărul rațional $\bar{r}$ având exact primele k zecimale ale lui r . Pentru a obține o aproximare $\bar{r}'$ cu k zecimale prin adaus a lui r , se aduagă la ultima zecimală a lui $\bar{r}$ o unitate (dacă ultima zecimală a lui $\bar{r}$ este 9 și cifrele precedente se modifică în mod corespunzător).

►Exercițiu rezolvat

Să se scrie aproximările cu 4 zecimale (prin lipsă și prin adaus) ale numărului $r = \frac{23}{35}$.

Rezolvare:

Efectuând împărțirea obținem

$$\frac{23}{35} = 0,657142857142857... = 0,65(714285).$$

Prin urmare, o aproximare cu 4 zecimale exacte a lui r este $\bar{r} = 0,6571$, iar o aproximare cu 4 zecimale prin adaus a aceluiași număr este: $\bar{r}' = 0,6572$.

►Exerciții propuse

A. 1. Scrieți sub formă de fracție zecimală următoarele numere raționale:

- a) $\frac{5}{3}$; b) $\frac{21}{20}$; c) $\frac{3}{7}$;
d) $-\frac{6}{7}$; e) $\frac{1000}{999}$; f) $\frac{13717421}{11111111}$.

2. Scrieți aproximările cu 2 zecimale prin lipsă și prin adaus ale numerelor din exercițiul precedent.

3. Se consideră expresia:

$$E = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{7}.$$

a) Calculați valoarea expresiei E ca fracție ordinară și transformați rezultatul în fracție zecimală. Scrieți aproximările cu 2 zecimale prin lipsă și prin adaus ale rezultatului.

b) Transformați fiecare termen al expresiei E în fracție zecimală și înlocuiți-l cu aproximarea cu 2 zecimale exacte. Calculați valoarea noii expresii și comparați cu rezultatul precedent. Ce observați?

c) Transformați fiecare termen al expresiei E în fracție zecimală și înlocuiți-l cu aproximarea cu 2 zecimale prin adaus. Calculați valoarea noii expresii. Ce observați?

d) Efectuați din nou calculele precedente înlocuind aproximări cu 3 zecimale. Ce observați?

4. Fie numărul $x = 0, (25)$. Arătați că $100x = 25 + x$. Deduceți valoarea lui x scrisă sub formă de fracție ordinară.

5. Scrieți sub formă de fracții ordinare următoarele numere:

a) 2,5; b) 1,75; c) 10,01; d) 0,(4); e) 10,(10).

B.1. Arătați că dacă $\bar{a}$ reprezintă o aproximare cu 2 zecimale (prin lipsă sau prin adaus) a numărului a , atunci:

$$|a - \bar{a}| < \frac{1}{100}.$$

Este adevărat și reciproc?

2. Arătați că dacă $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$, reprezintă aproximări cu 3 zecimale ale numerelor a , b , c atunci

$$\bar{s} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$$

reprezintă o aproximare cu (cel puțin) 2 zecimale exacte a numărului

$$s = a + b + c.$$

3. Fie numărul $x = 1,2(35)$. Arătați că: $10x = 12,(35)$ și că $1000x = 1223 + 10x$. Deduceți valoarea lui x scrisă ca fracție ordinară.

4. Scrieți sub formă de fracții ordinare următoarele numere:

a) 1,1(2);

b) 35,3(81);

c) 2,3(2);

d) 1,23(4).

3. Radicali

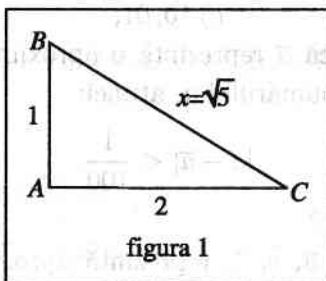
Ați întâlnit în clasele precedente noțiunea de radical. Vom aminti definiția radicalilor și proprietățile acestora. Vom defini radicalii de ordin 3 și vom observa asemănarea dintre proprietățile acestora și cele ale radicalilor de ordinul 2.

Fie a un număr rațional. Dacă există un număr rațional pozitiv b astfel încât $b^2 = a$ atunci b se numește radicalul de ordin 2 al lui a sau, simplu,

radicalul lui a și se notează

$$b = \sqrt{a}.$$

De exemplu, $\sqrt{81} = 9$, deoarece 9 este pozitiv și $9^2 = 81$, iar $\sqrt{1,21} = 1,1$ pentru că 1,1 este pozitiv și $1,1^2 = 1,21$.



Ne punem următoarea problemă: există un număr rațional pozitiv r astfel încât $r^2 = 5$? Răspunsul este negativ: dacă ar exista un astfel de număr, el ar trebui să fie natural (vezi problema B3 din paragraful 1.1), dar pătratul nici unui număr natural nu este egal cu 5. Pe de altă parte, dacă vom considera un triunghi dreptunghic ABC cu catetele de lungimi $AB = 1$ cm și $AC = 2$ cm (figura 1), din teorema lui Pitagora obținem:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Notând lungimea ipotenuzei BC cu x , vom obține desigur $x^2 = 5$.

Prin urmare, există un număr al cărui pătrat este egal cu 5, dar acesta este număr irațional. Îl vom nota $\sqrt{5}$. Știți din clasele precedente că un astfel de număr se numește *irațional* și că mulțimea numerelor raționale împreună cu mulțimea numerelor iraționale formează mulțimea $\mathbf{R}$ a numerelor reale.

Utilizând un minicalculator, dacă tastăm 5, apoi $\sqrt{}$ obținem afișat numărul 2,236067. Nu putem spune însă că:

$$\sqrt{5} = 2,236067,$$

deoarece numărul 2,236067 este un număr rațional. Vom spune că 2,236067 este o aproximare a numărului $\sqrt{5}$. Mai mult, deoarece

$$2,236067^2 = 4,99995628489 < 5,$$

spunem că aproximarea este prin lipsă. Să mai observăm că

$$2,236068^2 = 5,000000100624 > 5.$$

Vom spune că 2,236068 e o aproximare a lui $\sqrt{5}$ prin adaus. În fine, deducem că 2,236067 reprezintă o aproximare cu 6 zecimale exacte a numărului $\sqrt{5}$.

Cele de mai sus ne permit să afirmăm că oricare ar fi un număr rațional pozitiv a , există numărul $b = \sqrt{a}$, care este rațional, fie irațional, dar în acest ultim caz poate fi aproximat cu numere raționale.

Într-un mod asemănător se definesc radicalii de ordin 3: considerând un număr $a \in \mathbf{Q}$ există un număr $b \in \mathbf{R}$ astfel încât $b^3 = a$. Acest număr se numește radicalul de ordin 3 al numărului a și se notează $b = \sqrt[3]{a}$.

Astfel, $\sqrt[3]{8} = 2$ iar

$$\sqrt[3]{-0,125} = -0,5$$

(deoarece $2^3 = 8$ și $(-0,5)^3 = -0,125$), iar latura unui cub având volumul de 2 litri are lungimea de $\sqrt[3]{2000}$ centimetri.

►Exercițiu rezolvat

Calculați, cu 2 zecimale exacte (fără a folosi un minicalculator), numerele $a = \sqrt{21}$ și $b = \sqrt[3]{17}$.

Rezolvare:

Observăm, mai întâi, că $16 < 21 < 25$, deci $4 < \sqrt{21} < 5$.

Avem, apoi: $4,1^2 = 16,81$; $4,2^2 = 17,64$; $4,3^2 = 18,49$; $4,4^2 = 19,36$; $4,5^2 = 20,25$ și $4,6^2 = 21,16$. rezultă că $4,5^2 < 21 < 4,6^2$, și, deci, $4,5 < \sqrt{21} < 4,6$. Deducem că aproximarea cu o zecimală exactă a lui $\sqrt{21}$ este 4,5. În continuare, calculăm: $4,51^2$; $4,52^2$ etc. Obținem $4,58^2 = 20,9764$ și $4,59^2 = 21,0681$, rezultă că

$$4,58 < \sqrt{21} < 4,59,$$

deci aproximarea cu 2 zecimale exacte a lui $\sqrt{21}$ este 4,58.

Procedând analog, obținem succesiv:

$$2 < \sqrt[3]{17} < 3,$$

$$2,5 < \sqrt[3]{17} < 2,6,$$

$$2,57 < \sqrt[3]{17} < 2,58,$$

deci aproximarea cu 2 zecimale exacte a numărului $\sqrt[3]{17}$ este 2,57.

Proprietăți ale radicalilor de ordinul 2

Fie a, b numere pozitive. Atunci au loc următoarele egalități:

- a) $(\sqrt{a})^2 = a$;
- b) $\sqrt{a^2} = a$;
- c) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$;
- d) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (pentru $b \neq 0$).

Justificarea acestor proprietăți este simplă. Să examinăm, de exemplu, proprietatea c): $\sqrt{ab}$ este (conform definiției) numărul pozitiv al cărui pătrat este ab . Dar și numărul $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ este pozitiv și

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Rezultă $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Cazuri particulare ale unora dintre proprietățile precedente sunt:

- e. $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ (introducerea unui număr sub radicali);
- f. $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ (scoaterea unui număr de sub radical).

Exemple:

$$1) \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4;$$

$$2) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$3) \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2};$$

$$4) 5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{125}.$$

Introducerea unui număr de sub radical este utilizată uneori pentru a simplifica anumite expresii.

▷ Exercițiu rezolvat

Să se aducă la o formă mai simplă expresia:

$$R = \sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{125} - \sqrt{180}.$$

Rezolvare:

Avem

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5},$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5\sqrt{5},$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}.$$

$$\text{Rezultă } E = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 0.$$

Observație: Proprietățile precedente se adaptează în mod corespunzător în cazul când numerele considerate nu sunt pozitive, având în vedere că, întotdeauna, expresia aflată sub semnul radical, de asemenea, trebuie să fie pozitivă. De exemplu, proprietățile e) și f) au loc pentru $a < 0$ și $b > 0$, dar atunci avem:

$$\text{e')} \quad a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b};$$

$$\text{f')} \quad \sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}.$$

Exemple:

$$1) \quad -2\sqrt{3} = -\sqrt{2^2 \cdot 3} = -\sqrt{12};$$

$$2) \quad -5\sqrt{3} = -\sqrt{5^2 \cdot 3} = -\sqrt{125};$$

$$3) \quad \sqrt{(-4)^2} = 4.$$

Proprietăți ale radicalilor de ordinul 3

Proprietățile prezentate anterior pentru radicalii de ordinul 2 sunt valabile (cu adaptările necesare) și pentru radicalii de ordinul 3. Avem:

$$\text{a.} \quad (\sqrt[3]{a})^3 = a;$$

$$\text{b.} \quad \sqrt[3]{a^3} = a;$$

$$\text{c.} \quad \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b};$$

$$\text{d.} \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad (\text{pentru } b \neq 0);$$

$$\text{e.} \quad a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3b};$$

$$\text{f.} \quad \sqrt[3]{a^3b} = a\sqrt[3]{b}.$$

Exemple:

$$1) \quad \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2;$$

$$2) \quad \frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{625}{5}} = \sqrt[3]{125} = 5.$$

Observație: Deoarece radicalii de ordinul 3 sunt definiți și pentru numere negative, proprietățile precedente sunt verificate indiferent de semnele numerelor a și b .